# Devoir de Mathématiques n°2

## Exercice 1

On considère la fonction $f$ définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 1 + x + \dfrac{1}{x}$.

/2 1. Déterminer les limites de la fonction $f$ en 0 et $+\infty$.

/2 2. Montrer que la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction $f$ admet une asymptote verticale $\mathcal{D}_1$ et une asymptote oblique $\mathcal{D}_2$ que l'on précisera.

/2 3. Étudier les variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

/2 4. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ ainsi que les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ dans un repère orthonormal d'unité 1cm.

## Exercice 2

On considère l'équation :

$$(E) \quad : \quad z^3 + (1-i)z^2 - (2+i)z + 2i = 0$$

/1 1. Montrer que $i$ est solution de $(E)$.

2. Déterminer par identification les nombres $a$, $b$ et $c$ tels que pour tout nombre $z$ :

$$z^3 + (1-i)z^2 - (2+i)z + 2i = (z-i)(az^2 + bz + c)$$

/2

/1 3. En déduire les solutions de l'équation $(E)$.

## Exercice 3

On considère la fonction $f$ définie sur $]-\infty;+\infty[$ par $f(x) = (x+3)e^{-x}$.

/1 1. (a) Déterminer la limite de la fonction $f$ en $-\infty$.

/1 (b) En utilisant $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{e^x} = 0$, déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.

/1 2. (a) Montrer que $f'(x) = -(x+2)e^{-x}$.

/1 (b) En déduire le tableau de variations de la fonction $f$.

3. On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$.

/2 (a) Déterminer les points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec les axes de coordonnées.

/1 (b) Montrer que la courbe $\mathcal{C}$ admet une asymptote $\mathcal{D}$ que l'on précisera.

/1 (c) Déterminer l'équation de la tangente $T$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

/2 (d) Tracer la courbe $\mathcal{C}$ ainsi que les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{T}$ dans un repère orthonormal d'unité 1cm.