Équations cartésiennes

1 Équation cartésienne d'une droite du Plan

Le plan est muni d'un repère orthonormé, on définit les points $A(-2;-5)$, $B(7;-2)$ et $C(1;6)$.

1. Déterminer une équation vérifiée par les coordonnées $(x;y)$ des points M de la droite $\mathcal{D}$ perpendiculaire à (AB) au point A. (on pourra utiliser l'orthogonalité de deux vecteurs)
2. Déterminer les coordonnées du point H intersection de la droite $\mathcal{D}$ avec la perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par C. (on pourra utiliser la colinéarité de deux vecteurs)
3. Calculer la distance HC.

2 Équation cartésienne d'un plan de l'Espace

L'Espace est muni d'un repère orthonormé, on définit les points $A(-2;-5;3)$, $B(7;-2;-3)$ et $C(1;6;-1)$.

1. Déterminer une équation vérifiée par les coordonnées $(x;y;z)$ des points M du plan $\mathcal{P}$ perpendiculaire à (AB) au point A. (on pourra utiliser l'orthogonalité de deux vecteurs)
2. Déterminer les coordonnées du point H intersection du plan $\mathcal{P}$ avec la perpendiculaire à $\mathcal{P}$ passant par C. (on pourra utiliser la colinéarité de deux vecteurs)
3. Calculer la distance HC.

3 Distance d'un point à une droite

Définition 1. *Soient $\mathcal{D}$ une droite et M un point du Plan, on appelle* projeté orthogonal *du point M sur la droite $\mathcal{D}$ le point H intersection de la droite $\mathcal{D}$ avec la droite perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par M. On appelle* distance du point M à la droite $\mathcal{D}$ *le réel* $\mathrm{d}(M;\mathcal{D}) = HM$.

Définition 2. *Soient $\mathcal{P}$ un plan et M un point de l'Espace, on appelle* projeté orthogonal *du point M sur le plan $\mathcal{P}$ le point H intersection du plan $\mathcal{P}$ avec la droite perpendiculaire à $\mathcal{P}$ passant par M. On appelle* distance du point M au plan $\mathcal{P}$ *le réel* $\mathrm{d}(M;\mathcal{P}) = HM$.

1. Soient $M(x_M;y_M)$ un point du Plan et $\mathcal{D}$ une droite du Plan d'équation cartésienne $ax+by+c=0$, démontrer que :
$$\mathrm{d}(M;\mathcal{D}) = \frac{|ax_M + by_M + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$
2. Soient $M(x_M;y_M;z_M)$ un point de l'Espace et $\mathcal{P}$ un plan de l'Espace d'équation cartésienne $ax+by+cz+d=0$, démontrer que :
$$\mathrm{d}(M;\mathcal{P}) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$