Correction du devoir de Mathématiques n°1

Exercice 1

1.

$$3\ln 2 + 2\ln 3 - 2\ln 5 = \ln\left(\frac{2^3 \times 3^2}{5^2}\right) = \ln\left(\frac{72}{25}\right)$$

2.

$$\begin{aligned}
\ln(3-x)+2 \leqslant 0 &\iff \ln\left((3-x)\times e^2\right) \leqslant 0\\
&\iff (3-x)e^2 \leqslant 1 \text{ et } 3-x>0\\
&\iff 3-x \leqslant \tfrac{1}{e^2} \text{ et } x<3\\
&\iff x \geqslant 3-\tfrac{1}{e^2} \text{ et } x<3\\
&\iff 3-\tfrac{1}{e^2} \leqslant x < 3\\
&\iff x \in [3-\tfrac{1}{e^2};3[
\end{aligned}$$

Exercice 2

1. $f(x)$ est défini pour $x+1 \neq 0$, l'ensemble de définition de la fonction f est donc $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$.
2. Sur les intervalles $]-\infty;-1[$ et $]-1;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 - \frac{3}{(x+1)^2} - \frac{2(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2-3-2(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+1-3-2x-2}{(x+1)^2} = \frac{x^2-4}{(x+1)^2}$$

3. On en déduit le tableau de variations de la fonction f :

x		-2		-1		2	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	-5	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	$3-2\ln 3$	$\nearrow$

4. On a $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} x = 1$, $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} \dfrac{3}{x+1} = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} \ln[(x-1)^2] = -\infty$ donc $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x) = +\infty$, la courbe représentative de la fonction f admet une asymptote verticale d'équation $x=-1$.
5. La courbe représentative de la fonction f est la suivante :