

## IX. Polynômes

### Exemples de commandes Maple

1. Définition du polynôme  $P = X^3 - 3X^2 + 2X - 6$  et calcul du degré, du coefficient en  $X^2$ , de  $P(1)$ .

```
> P:=X^3-3*X^2+2*X-6;
> degree(P);coeff(P,X,2);subs(X=1,P);
```

2. Calcul des racines de  $P$  et factorisation de  $P$ .

```
> solve(P=0,X);
> factor(P);factor(P,{I,sqrt(2)});
```

3. Calcul du polynôme dérivé  $P'$  et division euclidienne de  $P$  par  $P'$ .

```
> dP:=diff(P,X);
> quo(P,dP,X);rem(P,dP,X);
```

4. Développement du polynôme  $Q = (X - a)(X - b)(X - c)$ .

```
> Q:=(X-a)*(X-b)*(X-c);
> expand(Q);collect(Q,X);
```

### Exercices

1. Déterminer  $a$  tel que le polynôme  $X^2 + aX + 1$  divise le polynôme  $X^4 + aX^2 + 1$ .

2. Déterminer  $a \in \mathbb{R}$  tel que le polynôme  $P = X^3 - aX^2 - a^2X + 1$  admette une racine double.

3. Déterminer les polynômes  $P$  de degré 3 tels que  $3P(X) = XP'(X) + P''(X)$ .

4. Déterminer les polynômes  $P$  de degré 3 tel que  $P(X + 1) - P(X) = X^2$ , en déduire  $\sum_{k=1}^{k=n} k^2$ .