Vecteurs et Centre de Gravité (deuxième partie)

On rappelle le résultat principal de la première partie :

propriété. *Le centre de gravité G d'un triangle ABC vérifie la relation* $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$.

On rappelle également la *règle du parallélogramme* :

propriété. *Soient deux points A et B et le milieu I du segment $[AB]$, alors pour tout point M on a* $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$.

On considère un quadrilatère $ABCD$, on définit le point G par la relation :

$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{0}$$

(dans le cas d'un quadrilatère, ce point G n'est pas en général le centre de gravité, on l'appelle l'*isobarycentre*)

Problème 1

Déterminer le point G dans les cas ou le quadrilatère est un carré, un rectangle, un losange et un parallélogramme.

Problème 2

Soit un quadrilatère quelconque $ABCD$.

1. En utilisant les milieux I et K des côtés $[AB]$ et $[CD]$ ainsi que la règle du parallélogramme, simplifier la somme $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}$.
2. En déduire la position du point G.
3. Refaire de même en utilisant cette fois les milieux J et L des côtés $[BC]$ et $[AD]$. Quelle propriété générale d'un quadrilatère peut-on en déduire ?

Problème 3

Soit un quadrilatère quelconque $ABCD$.

1. Déterminer le point G vérifiant la relation :

$$2\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{0}$$

2. Déterminer le point G vérifiant la relation :

$$3\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{0}$$